

**ИЗ ИСТОРИИ РАЗВИТИЯ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ И  
МЯГКИХ ВЫЧИСЛЕНИЙ В РОССИИ**

В феврале 1991 г. специально к 70-летию профессора Л.Заде почти в самом центре Москвы на Пятницкой улице был организован Круглый стол по основаниям нечеткой математики. Он был проведен в одной из лабораторий Института проблем передачи информации, по любезному приглашению д.б.н. З.Х.-М. Хашаева – большого друга и историографа еще Советской (а ныне Российской) ассоциации искусственного интеллекта, На этом Круглом столе в живой и непосредственной форме была поднята одна из наиболее важных и спорных проблем – нужны ли функции принадлежности в будущей теории нечетких множеств? При обсуждении данной проблемы было высказано немало интересных идей, в чем-то созвучных нынешней концепции Л.Заде, связанной с вычислениями со словами и перцептивными оценками. Это представления Д.А.Поспелова о главной задаче нечеткой математики как задаче соотнесения одних нечетких объектов с другими, мысли о переходе от измерений к оценкам принадлежности, суждения о принадлежности как полиморфном отображении из одной шкалы в другую, и др.

Затем через год эта дискуссия нашла продолжение на другом Круглом столе «Особенности нечетких моделей в понимании текстов на естественном языке». В частности, прозвучали идеи определения понятий через нечеткие интервалы на шкалах, были выделены виды преобразований на шкалах, введены представления о «серых» и «черно-белых» шкалах.

Редколлегия журнала полагает, что публикация в настоящем выпуске материалов этих Круглых столов с соответствующими исправлениями, дополнениями и комментариями, будет способствовать полезному ознакомлению широкого круга читателей с рядом направлений развития идей Л.А.Заде, зародившихся в рамках отечественной школы профессора Д.А.Поспелова.

\*\*\*

**| НУЖНЫ ЛИ ФУНКЦИИ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ В БУДУЩЕЙ  
ТЕОРИИ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ?**

**Участники: А.Н.Аверкин, А.Ф.Блишун, Д.А.Поспелов, В.Б.Тарасов**

*Эпиграф «Сию, никого не трогаю, функцию принадлежности починаю»  
(слегка Булгаков)*

**Д.А.Поспелов**

Главный вопрос, который мы хотели бы сегодня обсудить, собравшись в этом, уютном подвальчике на Пятницкой улице (в морском музее у Заура), касается основного понятия в теории нечетких множеств – понятия функции принадлежности. Мое личное мнение о функции принадлежности и необходимости ее использования в описании нечетких понятий сводится к следующему. Прямой переход от обычной характеристической функции множества к функции принадлежности был вполне естественным и был продиктован просто интуицией Л.Заде [1], опиравшейся на аналогии с уже известными подходами. К тому времени уже были построены многозначные логики: трехзначные логики Я.Лукаевича [2] и Д.А.Бочвара [3], к-

значная логика Э.Поста [4], бесконечнозначная логика (см. [5]). Эти логики отражали идею о недостоверности закона исключенного третьего, впервые высказанную Л.Брауэром и Н.А.Васильевым (см [6]). Уже были разработаны методы дискретной математики, например, взвешенные графы. А главное, уже имелись методы теории вероятности и математической статистики, позволявшие работать с экспериментальными данными: строить гистограммы и функции распределения. Американский философ М.Блэк [7], исследовавший феномены размытости, ввел «профили согласованности» – прямые предшественники функций принадлежности.

По сути, если говорить о нечеткой математике, то идея нечеткого множества как функции принадлежности вовсе не единственна; совсем не обязательно ее далее развивать именно в этом направлении. Во всяком случае, все то, что связано с прямым переносом теоретико-множественных конструкций из обычной математики в нечеткую (интересное может быть само по себе) ничего содержательно нового не дает. У меня представление о нечеткой математике совершенно иное.

Мне кажется, что нечеткая математика – это способ соотнесения одних нечетких объектов с другими. И основным элементом в ней является не функция принадлежности, а процедура сопоставления одних нечеткостей с другими, т.е. некая мера сходства, с помощью которой можно переходить от одних нечетких объектов к другим. Грубо говоря, для меня мир нечеткой математики представляется в виде системы образующих (может быть даже бесконечной или счетной, не знаю), на которых заданы правила перехода от одних образующих к другим. И, следовательно, это есть не более, чем отображение одних нечетких совокупностей в другие. Это и есть основная конструкция, которую надо формализовать и исследовать.

### **А.Ф.Блишун**

На функцию принадлежности чаще всего смотрят как на непрерывное отображение какого-то базового множества в единичный интервал. Таким образом, эта функция отображает эмпирическое множество в множество, наделенное некоторой формальной, алгебраической структурой. Идея, что это отображение нужно именно в таком виде и его можно всегда построить, весьма сомнительна. Есть немало случаев, когда функцию принадлежности построить нельзя. А если и можно, то она не отражает истинной информации, которая была в эмпирике заложена. Если видеть в принадлежности способ сопоставления различных объектов, то надо говорить именно об отношении принадлежности.

Нужно расширить понятие принадлежности, рассматривая ее как обобщенное отображение в некоторую алгебраическую структуру, в которую заложены те или иные семантически оправданные операции.

В результате, изначальную функцию принадлежности, предложенную Л.Заде, мы фактически заменили, обобщили, используя не какие-то числа, а гибкую алгебраическую структуру с настраиваемыми на задачу свойствами.

Таким образом, имеются два подхода. С одной стороны, есть жесткий формализм, формальное представление принадлежности в виде обобщенных характеристических функций Л.Заде. С другой стороны, предлагается системно-алгебраический подход к множеству, оценивающему принадлежность эмпирических объектов к какому-либо свойству, что позволяет экспериментально строить нечеткие понятия.

### **Д.А.Поспелов**

Однако, в этом рассуждении все время всплывает слово «принадлежность». Принадлежность чего к чему? Что такое есть вообще понятие принадлежности,

которое все время у нас присутствует? Функция, или просто свойство принадлежности, или оператор принадлежности? Принадлежность к чему все-таки? Я согласен с тем, что есть какая-то алгебраическая система, есть некие оценки, предположим, названные лингвистическими переменными. Так что же к чему принадлежит?

**А.Ф.Блишун**

Слово «принадлежность» традиционно (по инерции) присутствует в нашем лексиконе. В этом плане, идея принадлежности элемента множеству или какому-нибудь понятию из универсума по Л.Заде заменяется некоторой структурой, характеризующей соотношение объектов, их различие по отношению к какому-то третьему объекту. Мы говорим, что данная структура отражает взаимоотношения этих объектов в рамках некоторого контекста. Например, отношение «быть близким родственником». Каждый из таких субъектов как «супруг», «брат», «сын» и пр. в той или иной степени удовлетворяет этому представлению о родстве. Мы можем как-то определить эту степень, может быть даже не преследуя цели ее измерения в явном виде.

**Д.А.Поспелов**

Это достаточно специальный пример, потому что здесь на множестве родственников есть мера близости. Она существует как бы еще до того, как Вы начинаете рассуждать. Просто так устроен круг родственников.

**А.Ф.Блишун**

I

Но в данном случае, Вы с помощью этой меры близости можете фактически получить аналог функции принадлежности. Мы заменили несколько смутное представление о принадлежности ее прозрачной интерпретацией как близости.

**Д.А.Поспелов**

Давайте возьмем другой пример, который тоже все очень любят, Я имею в виду всякие представления типа «старые люди», «пожилые люди», «молодые люди»... Вот тут о принадлежности кого к кому идет речь?

**А.Ф.Блишун**

Если мы говорим о классе пожилых людей в смысле принадлежности, а также говорим о всех людях, то мы можем сказать, что два произвольно взятых человека здесь могут как-то соотноситься между собой (как люди, относящиеся к классу, например, старых людей), сравниваться в каком-то смысле, с какой-то близостью, и это можно охарактеризовать мерой близости.

**Д.А.Поспелов**

Не значит ли это, что на самом деле говорить нечеткости в смысле Л.Заде можно только в том случае, когда есть некоторое объемлющее множество – универсум, и есть его подмножества, как-либо выраженные, и мы говорим о соотношении этих подмножеств или о принадлежности к ним, так?

**А.Ф.Блишун**

Фактически так.

**Д.А.Поспелов**

А если такого объемлющего множества нет, то вообще не о чем (в рамках обычной теории нечетких множеств) говорить?

**А.Ф.Блишун**

Тогда нет единого смысла, который нас объединял бы и позволял бы соизмерять принадлежность.

**Д.А.Поспелов**

Ну а если, вдобавок, к множеству «пожилых» мы возьмем множество «симпатичных» людей...

**А.Ф.Блишун**

...то решить подобную задачу трудно. Нельзя по традиции, идущей от Л.Заде, это определять операцией пересечения. Задача становится бессмысленной.

**Д.А.Поспелов**

Тем самым, получается, что обычная математика как бы универсальна, а эта как бы не универсальна, так?

**А.Ф.Блишун**

Универсальность здесь можно понимать по-разному: универсальная в смысле формализмов или универсальная в смысле области применимости, предметной области.

**Д.А.Поспелов**

Конечно, в смысле интерпретации, применимости.

**В.Б.Тарасов**

На самом деле, это можно понимать и в буквальном смысле, потому что у нечеткой математики нет своего универсума. В своих классических, идущих от Л.Заде, построениях она всегда использует некий внешний, четкий универсум. В этом смысле нельзя сравнивать, скажем, такие на первый взгляд близкие высказывания как «не очень приятный человек» и «приятный кот». Разные универсумы.

**Д.А.Поспелов**

Тем более, если приятный человек еще является большим котом... Другими словами, получается, что в обычной классической математике, универсум (предположим, множество действительных чисел), раз и навсегда задан, и все делается на нем, т.е. все построения опираются на его свойства.

**В.Б.Тарасов**

И нередко задача из-за этого становится очень суженной, огрубленной...

**Д.А.Поспелов.**

Ну да, огрубленной. А здесь просто нет этого абсолютного универсума. Поэтому вообще непонятно, на чем все строится?

**А.Н.Аверкин**

Я все-таки считаю, что не так. Я считаю, что действительно функция принадлежности связана с отображением из одной шкалы в другую.

**Д.А.Поспелов**

Эта идея меня очень устраивает.

**А.Н.Аверкин**

Когда одна из этих шкал является четкой – это частный случай. Например, когда одна из этих шкал является метрической, мы получим функции принадлежности для лингвистических значений типа «высокий», «далеко», «близко», «часто», «редко». Тогда получается отображение из метрической шкалы в порядковую. Аналогично мы можем построить отображение из одной порядковой шкалы в другую. В данном случае мы получаем некую матрицу. Условно назовем ее матрицей отношения моделирования [8]. Строками этой матрицы фактически являются функции принадлежности элементов одной шкалы, а универсумом является другая шкала. Столбцы этой матрицы являются функциями принадлежности элементов второй шкалы, универсумом для которых является первая шкала. Вот такая симметричная картинка обобщает понятие функции принадлежности.

**Д.А.Поспелов**

Идею такого отношения моделирования целиком поддерживаю. Но мне не нравится, что внутри этой матрицы опять возникают некие функции принадлежности.

**А.Н.Аверкин**

Совершенно верно. Внутри этой матрицы обязательно должны возникать функции принадлежности. Внутри этой матрицы могут возникнуть элементы третьей шкалы...

**Д.А.Поспелов**

Конечно.

**А.Н.Аверкин**

... и совершенно необязательно, что это будет упорядоченное множество.

**Д.А.Поспелов**

Совершенно необязательно, что это будет в некотором смысле функция принадлежности.

**А.Н.Аверкин**

Просто, в большинстве существующих интеллектуальных систем с нечеткими знаниями в качестве таких оценок используются приближенные значения истинности, которые задаются нечеткими числами. Но это дань традиции. В принципе, в качестве значений таких матриц можно использовать элементы любой решетки, которые уже сами по себе не задаются функцией принадлежности.

**Д.А.Поспелов**

Я не уверен, что обязательно и решетка должна быть.

### **В.Б.Тарасов**

Я считаю, что доминирование концепции функции принадлежности в нечеткой математике обусловлено просто ее наглядностью. Давным-давно известно, что существует эквивалентный подход к представлению нечетких множеств бесконечным семейством четких отображений, идущий еще от француза И.Жантийома [9] и описанный в классической монографии К.Негойцэ и Д.Ралеску [10]. Там рассматривается так называемая теорема представления и строго доказывается, что нечеткое множество (или функция принадлежности) является полностью эквивалентным бесконечному семейству специальных четких отображений, удовлетворяющих условию антитонности.

Получается, что этот подход связан с разбиением универсума на ряд вложенных подмножеств (и здесь также определяются свои операции пересечения, объединения и дополнения). Мне кажется, его сравнительно небольшая развитость объясняется тем, что он менее нагляден.

Если считать первым подход на основе функции принадлежности, а вторым – подход на основе эквивалентного семейства четких антитонных отображений, то третий подход с позиций нечеткой меры [11-13] (расширяющей обычное понятие меры) представляется наиболее многообещающим. В настоящее время он успешно развивается. И как раз интерпретация принадлежности как отношения сходства по-видимому является наиболее прозрачной, наиболее удачной.

### **А.Н.Аверкин**

Как отношения сходства между элементами двух шкал

### **В.Б.Тарасов**

Да. Кроме того, надо отметить, что уже есть принципиально новые математические определения нечетких объектов. Так одним из обобщений является так называемое полностью нечеткое множество Д.Понасса [14], определяемое как набор, состоящий из двух функций: одна функция определена на множестве, а другая – на соответствующем отношении. Первая функция характеризует принадлежность, а вторая – сходство. Таким образом, полностью нечеткое множество вбирает в себя обе эти идеи: задание принадлежности элементов множеству и сходства между элементами. Затем появились интуиционистские нечеткие множества К.Атанасова [15], также задаваемые двумя функциями (функцией принадлежности и функцией непринадлежности), слабо связанными друг с другом. Д.Дюбуа и А.Прад предложили двухосновные (twofold) нечеткие множества, где функции принадлежности выражают степени возможности и необходимости [16]. Можно упомянуть также о S-нечетких множествах Р.Ягера [17], где S-линейный порядок, причем здесь операция дополнения сводит к инверсии порядка. Новые подходы продолжают развиваться. В целом, есть достаточно примеров того, как нечеткая математика обходится без традиционной функции принадлежности. Это, по-видимому, вопрос интерпретации.

### **А.Ф.Блишун**

Я бы заострил внимание еще на одной идее, а именно, идее понимания шкалы с позиций теории измерений. Мы все время говорим о шкале чисто интуитивно, как о некотором множестве элементов (шкальных значений). Но теория измерений дает нам строгое понимание шкалы как отображения (гомоморфизма) из множества эмпирических объектов в некоторую структуру с выделенным классом операций [18,19].

Таким образом, каждому отношению исходной, плохо структурированной системы соответствует его аналог в другой, хорошо структурированной системе (например, в числовой системе с отношениями). Соответствующий процесс и есть измерение, а само отображение – это и есть шкала. Когда мы говорим о шкальных значениях, ими могут быть и элементы терм-множеств со своими отношениями. Это могут быть числа из интервала  $[0,1]$  по Л.Заде или это могут быть гетерогенные множества какого-то порядка со своей глубинной структурой [20].

Вся идея заключается в том, что функция принадлежности, когда мы говорим о наглядности, естественности и т.п. – это просто частный случай подобной числовой системы. Тривиальное отображение из универсума в интервал  $[0,1]$ , решетку или какую-то другую структуру. В этом плане, можно рассматривать принадлежность как способ отражения эмпирических объектов в какой-то другой, более удобной структуре. А.М.Норвич и И.Б.Турксен [21] предложили аксиоматику для измерения функции принадлежности нечеткого множества (т.е. теоремы представления и единственности).

Когда-то в Звенигороде, мы с А.Н.Аверкиным ночью долго обсуждали предложенную Д.А.Поспеловым идею безымянной шкалы. Фактически, многоуровневая система отображения в эту схему вкладывается.

Итак, есть эмпирический мир, в котором имеются различные множества объектов со своими свойствами. Этот мир отражается на некотором уровне абстракции в структурах, содержащих определенные отношения. Эти отношения на первом уровне могут быть поименованы, допустим, лингвистическими оценками, а на следующем уровне оказывается есть некоторое множество вообще суперабстрактных безымянных объектов со своими отношениями, которые вбирают в себя взаимоотношения этих оценок. И вся задача состоит в поиске этого отображения, а в более широком смысле, – в осознании этих идей.

#### **Д.А.Поспелов**

А.Н.Аверкин ввел на мой взгляд очень удачный термин «отношение моделирования»...

#### **А.Ф.Блишун**

Да, здесь происходит какое-то моделирование.

#### **Д.А.Поспелов**

Какой-то один мир мы моделируем с помощью другого. Правда?

#### **А.Н.Аверкин**

Я хочу предостеречь против переоценки важности такого механизма для теории измерений. В теории измерений имеются достаточно сильные запреты на то, какие операции разрешены при таких отображениях и какие запрещены. Например, при отображении порядковой шкалы в числовую шкалу запрещены арифметические операции. Что касается теории нечеткости, ей не мешает то, что она фактически имеет дело с измерениями в порядковой шкале. Она легко допускает практически любые математические операции.

Тут нужна новая теория, которая обобщает или уточняет теорию измерений. Есть результаты, которые показывают, при каких ограничениях на эти отображения допустимы арифметические операции на порядковых шкалах. Но это не классическая теория измерений. Эти результаты появились совсем недавно [21].

### **А.Ф.Блишун**

Единственное замечание по этому поводу. То, что теория измерений за свою долгую историю формализации способов и методик измерения дошла до того, что сумела выделить ограничения, которые говорят пользователю, можно или нельзя применять те или иные операции – это отнюдь не недостаток, а достоинство, которым надо пользоваться [20]. Если мы применим операции сложения, вычитания или деления для нечетких множеств с функциями принадлежности, которые измерены в ранговой шкале, то мы получим результат, который практикам покажется абсурдным. Поэтому, если при построении функции принадлежности, используются результаты теории измерений, то мы гарантируем, по крайней мере, не провал теории, а хотя бы сохранение статус-кво. Идея о допустимых операциях в данном случае очень хорошо работает. Измерили функцию принадлежности в одной шкале, использовали такие-то операции. В другой шкале – свои операции, пожалуйста. В этом должна состоять идея расширения, а не в самовольном применении тех или иных операций. Постулирование операций просто «от печки» к хорошему не приведет. По крайней мере, в экспериментах.

### **А.Н.Аверкин**

Это неверно, потому что, скажем, в псевдофизических логиках, которыми занимается Д.А.Поспелов [22, 23], возникают операции, которые вообще не удовлетворяют ни одному из обычных свойств (даже ассоциативность, т.е. полугрупповое свойство – и то не выполняется). И, тем не менее, система дает вполне сносные результаты. Человек соглашается с тем, как она работает. И в данном случае, те ограничения, которые появились бы из теории измерений, оказались бы бессмысленными.

На самом деле, нужен подход с другой стороны. Потому что, если человек что-то принимает, и это не укладывается в рамки формальных ограничений, то это говорит скорее о том, что ограничения неадекватны, чем о том, что человек делает что-то неправильно.

### **А.Ф.Блишун**

Маленькое замечание по этому поводу. Я не защитник теории измерений, но то, что там известны, допустим, шесть основных шкал, не говорит о том, что нет других шкал.

### **Д.А.Поспелов**

Как раз к слову «шкала» я хотел бы вернуться.

### **А.Ф.Блишун**

Фактически это некоторое отображение с определенными ограничениями.

### **Д.А.Поспелов**

Ведь шкала – необязательно линейно упорядоченное множество, необязателен даже частичный порядок.

### **А.Ф.Блишун**

Конечно. Надо найти шкалу не с линейными преобразованиями, а с какими-то другими преобразованиями. Вот в чем суть. Найти другую шкалу, а не сказать, что те шкалы, которые известны, не подтверждаются, и поэтому теория измерений плоха.



Другой подход должен быть. Найти формализм, который вписывается в контекст ситуации и подтверждает известные средства шкалирования.

**В.Б.Тарасов**

Мне кажется, что следует подробнее проанализировать понятие «шкала», как и понятие «измерение».

**Д.А.Поспелов**

Да, это очень важно.

**В.Б.Тарасов**

В классической математике понятие шкалы – это обычный гомоморфизм. А если мы рассмотрим два таких мира как мир физических объектов и, скажем, мир психических образов? Тогда в принципе, понятие гомоморфизма оказывается неадекватным. Здесь по-видимому можно ввести новое нечеткое отношение и назвать его, например, полиморфизмом [24, 25]. Даже необязательно нечеткое, но главное – непрерывное и одно-многозначное или много-многозначное (например, это может быть что-то вроде конуса – идеи расширяющегося мира в теории относительности).

Это отношение одному реальному объекту в физическом мире ставит в соответствие некое нечетко определенное множество идеальных объектов в психическом мире и наоборот.

Г

Поэтому, безусловно, само понятие шкалы нуждается в расширении и обобщении для описания рассматриваемых нами объектов. Как, впрочем, и то, что теория измерений все-таки опирается на классическое представление о мере, а здесь по-видимому следует разработать некое обобщение. Его можно назвать теорией оценок [25].

**Д.А.Поспелов**

Во всяком случае, любая теория измерений предполагает существование каких-то эталонов, с помощью которых мы меряем. Здесь должна быть реализована идея эталона или метра. Неважно как он выражен: в виде метрических единиц или в виде указания на порядок. А если ничего этого нет, верно то, о чем говорит В.Б.Тарасов. В психическом мире, в мире внутренней семантики нашего мышления пропадает сама идея измерения. Остается, действительно, полиморфизм между объектами.

**А.Ф.Блишун**

Получается некоторое обобщенное понимание шкалы.

**Д.А.Поспелов**

Тут шкала понимается в очень широком смысле. Может быть здесь уже не стоит вообще употреблять слово «шкала», потому что мы тут же себе представляем что-то более или менее линейно упорядоченное.

**В.Б.Тарасов**

Некоторое однозначное соответствие.

**Д.А.Поспелов**

А здесь это структура. Одна структура полиморфно отображается на другую. Это как раз то самое, за что мы пытаемся ухватиться.

**А.Ф.Блишун**

Хорошо бы эти структуры и отображение как-то конкретизировать.

#### **Д.А.Поспелов**

В психологии, например, используют оппозиционные шкалы с концами типа: «добрый – злой», «сильный – слабый», «высокий – низкий» и т.п.

#### **А.Ф.Блишун**

Полярные шкалы.

#### **Д.А.Поспелов**

Да, казалось бы, полярные шкалы. Но берем шкалу, где с одной стороны написано «страсть», а с другой – «ненависть». Легко сообразить, что на самом деле эти концы склеиваются. Ведь недаром «от любви до ненависти – один шаг». Психические состояния страсти и ненависти легко переходят друг в друга, и на самом деле противоположным к ним состоянием оказывается равнодушие или полное безразличие. Вот это и есть противоположная точка.

#### **А.Ф.Блишун**

Присутствие или отсутствие некоторого свойства фиксируют концы шкал.

#### **Д.А.Поспелов**

Согласен. Для меня близка мысль, вот я ее пытался и сегодня сформулировать, которая началась с М.М.Бахтина [26], идея «карнавала». Что такое «карнавал»? «Карнавал» – это когда все переворачивается наоборот. К примеру, человек, который верует в Бога, тоже участвует в этом богохульственном карнавале и не видит в этом для себя ничего дурного. Потому что перевернутое наоборот оказывается тем же самым: перевернутый мир изоморфен тому, что есть на самом деле. Поэтому, например, юродивый – такой же святой (церковь его признает таким), хотя все его действия абсолютно противоположны канонам святости. Вместо того, чтобы славить бога, он его хулит. Вместо того, чтобы соблюдать приличия, он их нарушает. Тем не менее, он – святой. Как говорят, он взял на себя «подвиг юродства». Это же очень интересные моменты. На самом деле, линейных шкал, как мы их всегда себе представляем, почти нет.

На самом деле, логический круг (чего как черт ладана боится классическая формальная логика) и есть основа нечеткого подхода. Логический круг лежит в основе процесса понимания в герменевтике Г.Г.Гадамера [27], хотя в традиционной логике он считается порочным. На самом деле, это основная конструкция. Для человека, во всяком случае.

#### **В.Б.Тарасов**

Можно указать еще две интересные математические конструкции, которые аппроксимируются нечеткими множествами. Во-первых, это полумножество, которое у нас не очень известно (его описали чехи М.Сохор и П.Вопенка) [28]. А вторая конструкция – это наша советская конструкции, безнадежно забытая. Это небулярные множества и отношения, где, собственно говоря, рассматривается именно отношение принадлежности.

#### **Д.А.Поспелов**

Да, был такой человек – В.Т.Кулик, который придумал небулярные множества [29].

**В.Б.Тарасов**

И как часто бывает в нашей жизни он, увы, остался на своем болоте.

**А.Ф.Блишун**

Нет пророков в своем отечестве.

**Д.А.Поспелов**

Я его недавно видел в Киеве... Но теперь он уже небулярностью не занимается.

**В.Б.Тарасов**

Жаль... Непонятно, почему он это дело не стал развивать.

**Д.А.Поспелов**

А ведь он первый начал у нас такие идеи высказывать.

**В.Б.Тарасов**

По сути, это один из первых в мире подходов к нечеткости без функции принадлежности.

**А.Ф.Блишун**

Суммирую. Мы пришли к выводу, что общепринятый формализм – нечеткое множество как функция принадлежности – просто одна из форм представления нечеткости.

**В.Б.Тарасов**

Наиболее удобная?

**А.Ф.Блишун**

Наиболее удобная, распространенная и популярная.

**Д.А.Поспелов**

Тогда, когда эти функции можно построить. Если их можно как-то построить, и они чего-то отражают, то они удобны. Я все-таки думаю, что их можно строить тогда, когда есть метрический носитель. Если нет метрической шкалы...

**А.Ф.Блишун**

... тогда одна структура остается.

**Д.А.Поспелов**

... тогда конечно можно использовать идеи теории измерений и т.п.

**В.Б.Тарасов**

А может это исходит просто из профессиональной, образовательной посылки... Как правило, люди, имеющие то или иное отношение к прикладной математике или хотя бы инженерное образование...

**Д.А.Поспелов**

... без числа жить не могут.

**В.Б.Тарасов**

... начинают свою научную жизнь с понятия функции.

**А.Ф.Блишун**

...привыкли жизнь измерять в числах.

**В.Б.Тарасов**

А, если идти от другого образования, как возможно шел И.Жантйом (его работы опубликованы в журнале по лингвистике), то возникают совершенно иные представления о нечеткости. Мне кажется, что это очень связано с исходным образом мышления.

**Д.А.Поспелов**

Наверное. Недаром, вообще говоря, все специалисты по когнитивной психологии или теории познания как-то отделяют ту часть мышления, которая связана с работой с числами, от всех остальных. Они считают, что это совершенно разные системы. Просто считать, преобразовывать числа – это одно, а думать, оперировать понятиями – это совсем другое [30]. Работа с числами есть какая-то особая область. Когда мы все запикиваем в эту маленькую область, то тем самым совершаем подлог.

**А.Ф.Блишун**

Здесь может быть по-другому. Попробуем вместо числовой системы с отношениями создать некую другую систему с отношениями, которая так или иначе формализуется. Ну, например, структуру, хотя здесь этот заезженный термин не очень приемлем. Есть некоторое количество элементов, которые имеют определенные, описанные известными правилами отношения.

**Д.А.Поспелов**

Хорошо.

**А.Ф.Блишун**

И тогда отображения в эту структуру не будут связаны с числами.

**Д.А.Поспелов**

Отображения одной структуры в другую, всегда сохраняют некоторые фиксированные свойства. Это как раз то, о чем я в «Fuzzy Sets» в 1987 г. пытался говорить [31]. О том, что расстояния можно измерять размерами, а размеры – временем. Вот такая идея. Потому что наш мир устроен так, что когда человек что-то пытается объяснить, он одни непонятные вещи объясняет через другие непонятные вещи, а кончается объяснение тем, что он где-то замыкается, опять используя то, что вначале пытался объяснить. И ничего другого у него нет.

Реальное рассуждение совсем другое, чем в классической математике. Оно всегда с этим кругом внутри. Для подтверждения этого достаточно посмотреть любой терминологический словарь, и вы тут же где-нибудь обнаружите круг.

### **А.Ф.Блишун**

Если человек прошел круг и ничего не понял, ему надо пройти второй круг, либо выйти из него.

### **Д.А.Поспелов**

Ну а потом, это ведь не один круг – это как бы узел, и в этой связке полно таких кругов. По одному что-то не понял, по другому будет объяснять.

### **А.Н.Аверкин**

Тем не менее, классическая математика примерно этим и занимается. Ведь вся математика – это по сути доказательство изоморфизма одной области другой (вспомним Н.Бурбаки, выводивших все разделы математики из теории множеств). Это вообще, наверное, особенность человеческого мышления.

### **Д.А.Поспелов**

Но в отличие от классической математики, в нашем случае используется принцип повтора. Помните анекдот про милиционера и чукчу. Чукча обращается к милиционеру: «Хочешь, я тебе политический анекдот расскажу?» Милиционер в ответ: «Ты что, не видишь что ли, что я милиционер?» Чукча: «Ну тогда я два раза расскажу».

### **В.Б.Тарасов**

Наверное, есть объективный, конструктивный способ проверки рассуждений в нашей дискуссии. Он состоит в том, чтобы попытаться заложить некоторые из этих идей в архитектуру нечеткого компьютера. Варианты архитектуры нечетких компьютеров, которые нам известны (например, в компьютерах, предложенные в работах М.Тогаи [32], Т.Ямакавы [33], А.Н.Мелихова [34], используются функции принадлежности, которые квантуются).

### **Д.А.Поспелов**

Ну да, идет работа с интервалами и все.

### **В.Б.Тарасов**

Есть много достаточно богатых идей, и если удалось бы хоть что-то воплотить в работающей схеме, это стало бы своего рода доказательством, верификацией плодотворности такого подхода.

### **А.Н.Аверкин**

Но существуют же аналоговые компьютеры, в которых используется идея непрерывности значений функции принадлежности. Оцифровка там только на входе и на выходе. Сами операции осуществляются на непрерывных сигналах.

### **А.Ф.Блишун**

Это один из вариантов.

### **Д.А.Поспелов**

Вопрос состоит в другом. Имеет ли смысл все-таки считать, что такая интервальная (непрерывная или дискретная) конструкция вообще является основополагающей идеей. Я думаю (и вроде все согласилось), что это далеко не основная идея, это довольно частный случай.

### **А.Н.Аверкин**

Если говорить о числовом представлении нечеткости, мне кажется, что в основе такого представления лежит некая мера. Функция принадлежности – это некая мера. Как показал А.И.Орлов [35], функции принадлежности и операции над ними аппроксимируются случайными множествами, в основе определения которых лежит вероятностное (метрическое) пространство.

### **Д.А.Поспелов**

Но я бы говорил не о мере, а все-таки о сходстве. В общем случае это не есть мера в математическом смысле.

### **В.Б.Тарасов**

Безусловно, это не мера, а квазимера или, если хотите, полумера. Ведь здесь обычно не выполняется условие аддитивности меры.

### **Д.А.Поспелов**

Это какая-то идея сходства. Она может превратиться в меру, а может и не превратиться.

### **В.Б.Тарасов**

Действительно, здесь следует говорить о том, что в основе понятия нечеткости (если попытаться выделить наиболее общие исходные категории) лежат категории отношения, симметрии, отображения, инвариантности. Во-первых, категория отношения: отношения принадлежности, отношения сходства, как вам угодно интерпретировать. Затем принцип единства и перехода от асимметрии к симметрии и наоборот (в частности, нечеткое сходство и нечеткое различие, плавно переходящие друг в друга). Далее в основе, безусловно, лежит идея полиморфного отображения и, наконец, идея нахождения обобщенных инвариантов таких отображений.

### **Д.А.Поспелов**

Для меня очень важный момент – переход от сходства к различию. Это отнюдь не двойственный процесс.

### **А.Ф.Блишун**

На самом деле, мы сейчас, следуя идее нечеткости...

### **Д.А.Поспелов**

... стали рассуждать очень нечетко

### **А.Ф.Блишун**

... сумели уйти от обсуждения необходимости функции принадлежности к обсуждению того, откуда берутся неопределенность и нечеткость. Это совершенно естественно. Когда мы говорим об инвариантности, сохранении особых свойств (допустим, определенной симметрии), мы уже пришли к истокам.

**Д.А.Поспелов**

На самом деле, что такое нечеткое множество. Могу я считать, что это мера сходства некоторого выделенного мной элемента, который я сравниваю с каким-то множеством?

**А.Ф.Блишун**

Конечно.

**Д.А.Поспелов**

Это отношение сходства. Иногда это мера, а иногда просто сходство, неизвестно как устроенное.

**А.Ф.Блишун**

Если проследить, что является источником возникновения такого понимания нечеткости, будут лучше понятны и особенности аппарата нечетких множеств.

**Д.А.Поспелов**

В традиционной функции принадлежности, мне очень не нравится идея жесткого уровня: если с 0,7 принадлежит, а с 0,3 – не принадлежит. Это – самая большая ошибка Л.Заде, из которой проистекают многие неприятности. Ибо сходство и различие конечно не симметричны.

**В.Б.Тарасов**

Поэтому и были введены интуиционистские нечеткие множества [15]. Кроме того, мне кажется важным то обстоятельство, что и Л.Заде, и Дж.Гоген [36], и многие другие в явном или неявном виде использовали идеи теории решеток (с ее принципом двойственности операций пересечения и объединения).

**Д.А.Поспелов**

Да, конечно, все просто увлеклись идеей расширения известных понятий.

**В.Б.Тарасов**

На самом деле, если исходить из анализа наблюдений за реальной деятельностью эксперта, то для него вполне естественной является операция пересечения объектов с нечеткими границами (и ее можно считать основной). Но для человека куда менее естественна операция объединения, тем более объединения функций.

**Д.А.Поспелов**

Абсолютно неестественна.

**В.Б.Тарасов**

В частности, интуиционисты были убеждены в ненужности доказательств от противного, а Г.А.Голицын писал об информационной асимметричности операций: утверждение и конъюнкция как правило информативнее, а значит, предпочтительнее, чем отрицание и дизъюнкция [37]. Поэтому, дескриптивную теорию нечетких множеств нужно строить скорее на полурешетках (или на чем-то подобном), т.е. с одной базовой, обязательной операцией, вводя остальные, например, экспериментальным путем. Но эта операция должна быть выделена, должен быть установлен ее приоритет в том или ином смысле.

**Д.А.Поспелов**

Конечно, именно операция пересечения всегда очень естественна, а объединение – неестественно, ну а дополнение, вводимое, как у Л.Заде, просто произвольно.

**А.Ф.Блишун**

Но более или менее сложную и содержательную логику нельзя построить только на базе пересечения. Будет просто невозможно сделать сколько-нибудь сложные модели.

**Д.А.Поспелов**

А почему мы должны ограничиваться аналогами классических операций? Возвратимся к матрице отношения моделирования. Я полагаю, что объекты, которые фигурируют в ней, не обязательно получаются в результате пересечения или объединения. Это совершенно новые операции.

**А.Ф.Блишун**

Правильно. Нужны дополнительные специальные операции, которые были бы...

**Д.А.Поспелов**

... совсем другие по своим свойствам

**А.Ф.Блишун**

... не выводимы из обычных, а порождались бы из экспериментальных соображений.

**А.Н.Аверкин**

По моему, если строить систему, основанную на таких операциях, то фактически в эту систему должна быть заложена не сама операция, а некая оболочка, генератор этой операции (см., [5]), т.е. некий механизм автоматизированного извлечения из эксперта этой операции. Механизм должен быть организован так, чтобы извлекаемая из эксперта операция была пригодной для использования в системе вывода. Фактически здесь нечеткость заключается не в самом измерении, а в его организации, в процессе получения этого измерения экспертным путем. Другими словами, речь идет об извлечении нечетких операций из эксперта.

**А.Ф.Блишун**

Значит, мы не отказываемся от операций, а просто говорим: у нас есть зависящие от ситуации посылки, есть результаты. А внутри уже не «черный», а «прозрачный» ящик. Операции с их обоснованием и оправданием получаются в диалоге с экспертом.

**А.Н.Аверкин**

И уже по результатам этого эксперимента строятся операции в рамках некоторого формализма (как можно более широкого), который, конечно, не исчерпывается ни арифметикой нечетких чисел, ни треугольными нормами ...

**Д.А.Поспелов**

Это довольно широкие классы операций ...

**А.Н.Аверкин**

... которые в принципе все, что известно математикам в области нечетких операций, уже обобщают [38-40]. Треугольные нормы появились еще в вероятностной геометрии



у К.Менгера [38]. В его работах рассматривалось неравенство треугольника, в котором положение точек определялось функциями распределения вероятности. В дальнейшем треугольные нормы и конормы были подробно исследованы Б.Швейцером и А.Скларом [39]. Пока математики ничего такого, что не является треугольной нормой, конормой или оператором осреднения придумать не могут. Такое широкое множество процедур и должно служить определением нечеткости. Мне кажется важной эта мысль – об оболочке, механизме извлечения нечеткости. По-видимому, если эту идею более тщательно обдумать и говорить в дальнейшем о механизме извлечения нечеткости вместо способов построения функции принадлежности, то действительно получится некая новая концепция приобретения нечетких знаний.

### **Д.А.Поспелов**

Мне кажется, что дискуссия достигла своей цели. Все ее участники согласились, что сейчас очень важно вновь обратиться к началу становления движения нечеткости – к тем основополагающим идеям, которые связаны с «очеловечиванием» моделей рассуждений и принятия решений. Только ради этого и стоит «городить огород» нечеткой математики.

### **Литература**

1. Zadeh L.A. Fuzzy Sets// Information and Control. – 1965. – Vol.8. – P.338-353.
2. Lukasiewicz I. O logike trojwartosciowej// Ruch Filozoficzny. – 1920. – Т.5. – S.170-171.
3. Бочвар Д.А. Об одном трехзначном исчислении и его применении к анализу парадоксов классического расширенного функционального исчисления// Математический сборник. – 1938. – Т.4, №2. – С.287-308.
4. Post E. Introduction to a General Theory of Elementary Propositions// American Journal of Mathematics. – 1921. – Vol.43, №3. – P.163-185.
5. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта/ А.Н.Аверкин, А.Ф.Блишун, И.З.Батыршин, В.Б.Силов, В.Б.Тарасов. – М.: Наука, 1986.
6. Васильев Н.А. Воображаемая логика. Избранные труды. – М.: Наука, 1989.
7. Black M. Vagueness: an Exercise in Logical Analysis// Philosophy of Sciences. – 1937. – Vol.4. – P.427-455.
8. Аверкин А.Н. Нечеткое отношение моделирования и его использование для классификации и аппроксимации в нечетких лингвистических пространствах// Известия АН СССР: Техническая кибернетика. – 1982. – №2. – С.215-216.
9. Gentilhomme Y. Les ensembles flous en linguistique// Cahiers de linguistique theorique et appliquee. – 1968. – Vol.5. – P.47-63.
10. Negoita C.V., Ralescu D.A. Applications of Fuzzy sets to Systems Analysis. – Basel: Birkhauser Verlag. 1975.
11. Sugeno M. Fuzzy Measures and Integrals// Transactions of SICE. – 1972. – Vol.8, №2. – P.95-102.
12. Zadeh L.A. Fuzzy Sets as a Basis for a Theory of Possibility// Fuzzy Sets and Systems. – 1978. – Vol.1. – P. 3-28.
13. Дюбуа Д., Прад А. Теория возможностей. Приложения к представлению знаний в информатике: Пер. с франц. – М.: Радио и связь, 1990.
14. Ponasse D. Une nouvelle conception des ensembles flous// BUSEFAL. – 1984. – №17. – P. 4-9.
15. Atanassov K.T. Intuitionistic fuzzy sets// Fuzzy Sets and Systems. – 1986. – Vol.20. – P.87-96.

16. Dubois D., Prade H. Twofold fuzzy sets and rough sets// Fuzzy Sets and Systems. – 1987. – Vol.23. – P.3-18.
17. Yager R.R. Finite Linearly Ordered Fuzzy Sets with Applications to Decisions// International Journal of Man-Machine Studies. – 1980. – Vol. 12. – P. 299-322.
18. Суппес П., Зинес Дж. Основы теории измерений// Психологические измерения: Пер.с англ. – М.: Мир, 1967. – С.9-110.
19. Пфанцагль И. Теория измерений: Пер. с англ. – М.: Мир, 1976.
20. Блишун А.Ф. Сравнительный анализ методов измерения нечеткости// Известия АН СССР: Техническая кибернетика. – 1988. – №5. – С.152-175.
21. Норвич А.М., Турксен И.Б. Фундаментальное измерение нечеткости// Нечеткие множества и теория возможностей. Последние достижения: Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1986. – С.51-71.
22. Поспелов Д.А. Логико-лингвистические модели в системах управления. – М.: Энергоатомиздат, 1981.
23. Кандрашина Е.Ю., Литвинцева Л.В., Поспелов Д.А. Представление знаний о пространстве и времени в системах искусственного интеллекта. – М.: Наука, 1989.
24. Тарасов В.Б. Формализованное описание целостной деятельности в системах человек-машина// Проектирование и оптимизация систем человек-машина. – М.: МАИ, 1985. – С.15-23.
25. Тарасов В.Б. Нечеткость оценок и моделирование субъективных суждений// Психологические механизмы формирования оценочных суждений. – Саратов: СГУ, 1989. – С.37-43.
26. Бахтин М.М. Проблемы поэтики Ф.М.Достоевского. – М.: Сов. Россия, 1979.
27. Гадамер Г.Г. Истина и метод: Основы философской герменевтики. – М.: Прогресс, 1988.
28. Вopenка П. Математика в альтернативной теории множеств. – М.: Мир, 1983.
29. Кулик В.Т. Небулярные множества// Промышленная кибернетика. – Киев: | ИК АН УССР, 1971. – С.3-11.
30. Поспелов Д.А. Моделирование рассуждений. Опыт анализа мыслительных актов. – М.: Радио и связь, 1989.
31. Pospelov D.A. Fuzzy Reasoning in Pseudophysical Logics// Fuzzy Sets and Systems. – 1987. – Vol.22. – №1/2. – P.115-121.
32. Togai M., Watanabe H. Expert System on a Chip: an Engine for Real-Time Approximate Reasoning// IEEE Expert. – 1986. – Vol.1. – P.55-62.
33. Yamakawa T. Intrinsic Fuzzy Electronic Circuits for Sixth Generation Computer// Fuzzy Computing/ Ed. by M.M.Gupta and T.Yamakawa. – Amsterdam: Elsevier Science Publishers, 1988. – P.157-171.
34. Мелихов А.Н., Берштейн Л.С., Коровин С.Я. Ситуационные советующие системы с нечеткой логикой. – М.: Наука, 1990.
35. Орлов А.И. Связь между нечеткими и случайными множествами. Нечеткие толерантности// Исследования по вероятностно-статистическому моделированию реальных систем. М.: ЦЭМИ АН СССР, 1974.
36. Goguen J.A. L-fuzzy sets// Journal of Mathematical Analysis and Applications. – 1967. – Vol.18. – P.145-174.
37. Голицын Г.А. Информация – логика – поэзия// Число и мысль. Вып.7. – М.: Знание, 1984. – С.9-32.
38. Menger K. Ensembles flous et fonctions aleatoires// Comptes Rendus de l'Academie des Sciences (Paris). – 1951. – Vol.232. – P.2001-2003.
39. Schweizer B., Sklar A. Probabilistic Metric Spaces. – Amsterdam: North-Holland, 1983.

40. Alsina C., Trillas E., Valverde L. On Some Logical Connectives for Fuzzy Sets Theory// Journal of Mathematical Analysis and Applications. – 1983. –Vol.93. – P.15-20.

## **ОСОБЕННОСТИ НЕЧЕТКИХ МОДЕЛЕЙ В ПОНИМАНИИ ТЕКСТОВ НА ЕСТЕСТВЕННОМ ЯЗЫКЕ**

**Участники: И.З.Батыршин, В.Н.Вагин, Д.А.Поспелов, В.Б.Тарасов**

### **Д.А.Поспелов**

Материалом для разговора на эту тему послужили литературные и нелитературные тексты. Их анализ позволяет установить, как устроено человеческое знание с литературно-бытовой точки зрения. Например: «Он был высок ростом, у него было круглое, правильное лицо, его волосы были того медного оттенка, который бывает только у хорошо выдержанной меди. В общем, он был красив». Что описано в этой фразе? В этой фразе мы столкнулись с целым набором шкал и со связями между этими шкалами.

Во-первых, он был высок ростом. Есть некоторая шкала роста, на которой, если мы разобьем ее на интервалы, это положение соответствует интервалу «высокий». Во-вторых, у него лицо было не асимметричное, а правильное. Выделяется шкала приятности лица, на которой этот персонаж также занимает какое-то место. Далее используется шкала цвета волос. А сделанное умозаключение здесь таково. Если человек на этих трех шкалах занимает какое-то место, то следовательно на совсем другой шкале – шкале красоты – он занимает определенное положение: «красивый». Соответственно, произошло стягивание изначальных трех интервалов в интервал на одной шкале.

Замечу, при этом, что первоначальные шкалы еще могут иметь под собой некое естественное основание в виде натуральной шкалы. Рост мы можем измерять в сантиметрах, далее с помощью какого-то физионометра мы можем измерять углы на лице и иметь некоторую объективную основу для его оценки, «подложку», ну и цвет также можно измерять. Но в последнем случае измерять нечего, нет натуральной шкалы красоты. И единственный способ работы с ней – сослаться на другие шкалы, которые собственно и определяют местоположение на этой шкале. Такая операция чрезвычайно распространена во всяких человеческих утверждениях, высказываниях, мнениях и т.д. Например, люди маленького роста часто бывают тщеславными. Этим высказыванием мы утверждаем, что каким-то интервалам на шкале роста можно с большей вероятностью поставить в соответствие вполне определенные интервалы на шкале тщеславия.

### **В.Н.Вагин**

Операционально их можно вычислить?

### **Д.А.Поспелов**

Как можно вычислить, мы сейчас поговорим. Первая мысль, которая приходит в голову, как только сталкиваешься с текстами на естественном языке – это то, что существует очень много порядковых шкал, где нет никаких возможностей прямого, натурального измерения. Единственный способ организации человеческого знания и измерения на таких шкалах – трансформация, перенос, обращение к другим шкалам, на которых какие-то естественные носители, предпосылки измерения все же есть. Все

человеческое знание, особенно касающееся самого человека, а не природы, так устроено. Если покопаться, то можно найти для каждой шкалы, внешне не имеющей никакого натурального носителя внизу, эти внутренние связи, которые приведут к каким-то новым возможностям измерения, оценки, видения и т.д.

Таким образом, в модели мира, которая у нас в голове сформирована, существует специальная операция, название которой мы можем придумать. Эта операция соотношения некоторому интервалу нечетких шкал определенной логической функции, которая может быть булевой функцией или чем-то более сложным.

### **В.Н.Вагин**

Эта операция умозаключения идет слева направо или справа налево?

### **Д.А.Поспелов**

Пока я шел слева направо. В тексте, который я процитировал, умозаключение так и строилось. Посылки – заключение: «следовательно, он был очень красив». Вывод был слева направо. Если же задать вопрос наоборот: «Что такое красивый человек?», мы обычно теряемся. Нам очень трудно двигаться в обратную сторону, хотя если есть прямая операция, то должна быть и обратная. По крайней мере, должно существовать если не однозначное, то многозначное отображение. Но обратная операция всегда сложнее, она размывается...

На наш взгляд, это свидетельствует о том, что знание неравновесно и «устроено» в сторону сворачивания отдельных шкал в единую. Поэтому для человека труднее обратные вопросы... Что такое красивая женщина? Вы начинаете перечислять признаки, но потом понимаете, что это перечисление шкал – бессмысленное занятие.

Здесь нужны какие-то гештальты [1,2]), сочетания признаков. Образ, который у нас возникает, появляется на основе зрительных и других ощущений, когда мы воспринимаем сочетания разнородных признаков. Труднее раскладывать сложное понятие на более простые и переходить к предметам и признакам.

Человеческие знания по сути устроены так: снизу вверх (от ощущений к понятиям, от признаков к гештальтам), «отсюда туда», от посылок к заключению, от разнородных шкал к универсальной [3]), но не наоборот. Хотя ведь, с другой стороны, восприятие (я с психологами на эту тему тоже говорил [4,5]) устроено в некотором смысле обратным способом. Я иду по улице и вижу женщину, она красива. Я еще ничего не успел разглядеть, а увидел только общий гештальт, так сказать, гештальт верхнего уровня. А уже потом могу анализировать, какие у нее волосы, какие ноги.

### **В.Н.Вагин**

Вы априори, бессознательно, наверное, эти вещи отобразили.

### **Д.А.Поспелов**

Объясняю, нет. Психологи это твердо знают. Давно известна процедура симультанного узнавания [6]). Она по времени протекает столь быстро, что человек просто не успевает ничего отдельно проанализировать.

### **В.Н.Вагин**

Почему? Лицо круглое, нос прямой, греческий...

### **Д.А.Поспелов**

Дело в том, что восприятие – это гештальт. Мы не воспринимаем объекты в окружающем мире по частям.

**В.Н.Вагин**

Правильно.

**Д.А.Поспелов**

Мы их воспринимаем сначала целиком, а разложение на части – это мыслительная операция, она требует времени. При одномоментной, симультанной оценке мы не успеваем этого сделать.

Например, ты идешь по улице и видишь своего ребенка, одетого в никогда не виданное тобой пальто. Купили ему пальто без тебя. Ты его увидел и сразу узнал, что это твой ребенок. Правда? Сначала симультанно узнал, а потом обнаружил, что на нем какое-то пальто... Ведь не так, что сначала иду, смотрю, какое-то пальто ходит. Подошел, смотрю мой ребенок. Ну не так же. Наоборот получается. Получается, что действительно мышление и восприятие у нас как-то странно устроены в две противоположные стороны. Мыслительные, символные наши построения делаются последовательно, путем сворачивания отдельных оценок, а вот восприятие работает в обратном направлении, как результат действия симультанных механизмов.

**В.Н.Вагин**

Такое противопоставление искусственно и спорно.

**Д.А.Поспелов**

Я не буду сейчас в это подробно вдаваться. Есть огромный экспериментальный материал, накопленный в теории восприятия. Возьми любую книгу про симультанное узнавание, например, посмотри работы В.П.Зинченко [4], Б.М.Величковского [5], М.С.Шехтера [6], и там все таблицы, все расчеты есть. За то короткое время, когда мы узнаем целое, разложить ситуацию на части нам не успеть.

Здесь интересно другое. Поскольку знание устроено так, а восприятие как бы наоборот, то есть идея, что в ходе профессиональной деятельности часто мы вначале строим мыслительный гештальт, а потом сравниваем, сопоставляем. Здесь интеллектуальные механизмы совсем другие, отличные от традиционных компьютерных. Если человеку в момент симультанного узнавания показывать что-то ранее им не виданное, то он очень долго его вычисляет и пытается понять, что это такое и на что это похоже. Ему трудно, он проводит мыслительные операции. А потом у него уже формируется эталон, по которому он затем и работает.

**И.З.Батыршин**

В теории информации, когда делается информационное предсказание развития ситуации (это результаты К. Шеннона [7]), то вероятность того, что следующий сигнал будет таким-то, формируется заранее (как уже знакомый текст). Здесь, может быть, просто не замечаешь ошибки. Тоже возникают вероятностные «направо» механизмы.

**Д.А.Поспелов**

Слово «вероятностное» мне здесь не нравится, хотя есть целая наука – вероятностное прогнозирование поведения человека (см. [8]). Этим в свое время много занимались, в частности на основании исследований по вероятностному прогнозированию пытались нащупать ранние стадии заболевания шизофренией. Потому что шизофрения на своем некотором среднем течении может быть отождествлена с установлением маловероятных связей и с новыми (в том числе научными) открытиями. Почему, некоторые люди, которые заболевают шизофренией,

делают важное научное открытие, доказывают хорошие теоремы и т.п.? Такие случаи бывают. Это правда. Все это относится к некоторому периоду, когда у больших расшатан механизм вероятностного прогнозирования. Для них необычное столь же вероятно, как и обычное. Перестают доволеть внутренние трафареты. Ну, например, в математике» столько лет не находится доказательства некоторой теоремы (например теоремы Ферма), все идут проторенными путями. И вдруг возникает озарение, инсайт...

В этом случае расшатывается механизм стандартных вероятностных предпочтений и, грубо говоря, все становится равновероятным. И тогда по полю науки гуляешь совершенно свободно, порождая нестандартные ассоциации, и всякая мысль может прийти в голову. В основном, мусор, конечно, но иногда приходят гениальные мысли.

На самом деле, заметьте, происходит все время одно и то же. Попытка выйти на шкалы, для которых нет прямых измерений. Это важный факт, на который я хотел бы обратить внимание. Примеров таких ассоциаций много. Тонкие губы – человек злой, волосатые ноги – человек чувственный, и прочее в том же духе. Это естественно становится источником всяких заблуждений: у человека тонкие губы, а он оказывается вовсе и не злой. Тем не менее, бывают случаи, что он злой, и, наверное, их достаточно много, чтобы такое утверждение с какой-то долей вероятности или размытости существовало.

Другое наблюдение, которое тоже очень важно для нас и, по-видимому, очень интересно. Это наличие того, что И.З.Батыршин очень удачно назвал «веером шкал» [9]. На самом деле, любое явления, всякий объект, с которым мы сталкиваемся в нашей жизни или в литературном описании, всегда поворачивается к нам различными сторонами. Об этом говорил еще С.Л.Рубинштейн [10]. Мы никогда не смотрим на него с единой точки зрения. Это означает, что для одного и того же персонажа или одного и того же объекта, я всегда имею не одну шкалу (шкалу в одних и тех же измерениях), а различные шкалы в разных измерениях, пересекающихся на этом объекте.

Вот, например, он красивый, это я знаю. Кроме того, я знаю, что он – замечательный спортсмен. Пересечение, которое возникает, может быть двояким. У одного красивого персонажа еще имеется спортивная страсть: он увлекается автомобильным спортом и он великолепный гонщик. Айртон Сенна.

Тогда, можно сделать какие-нибудь умозаключение типа: «многие красивые мужчины увлекаются автоспортом или футболом». Понятно, я не претендую на истинность такого утверждения, а просто хочу сказать следующее. Кроме ранее рассмотренных связей между шкалами, когда несколько натуральных шкал свертываются в одну, возникают связи другого типа между шкалами, которые уже не имеют никаких носителей. Это совершенно другой тип связей между шкалами. Так первоначально рассмотренные связи, как бы определяют положение на шкалах, а эти просто устанавливают зависимости между шкалами. Например, фраза типа «красивые мужчины являются болельщиками» есть вариант непосредственного рассуждения на шкалах без привлечения каких-либо носителей.

По-видимому, эти два типа отображений существенно отличаются друг от друга. Последние примеры характеризуют чисто ментальные отображения, поскольку у них собственно нет никакого подкрепления от восприятия. Они не апеллируют к нашему восприятию. Но в первом случае предполагается контакт с внешним миром. Не обязательно зрительные образы: могут быть запахи, тактильные ощущения, – словом, любые сигналы из внешнего мира.

Итак, возникает вопрос, обладают ли эти виды отображений отличительными особенностями? Однотипны ли у нас такие преобразования на шкалах или

разнотипны? Тут было бы очень интересно посмотреть на шкалу более широко, чем до сих пор мы на нее смотрели.

Теперь я приведу пример из моей книжки «Моделирование рассуждений» [11], но сейчас я его поверну несколько иначе. Есть идея, что образующими нашей модели мира (психологи также говорят вместо слова модель «образ мира» [12]), являются некие шкалы. После этого обычно добавляется слово «оппозиционные». Вот предположение, которое насколько я понимаю, является достаточно общепризнанным. Оно заключается в том, что мир для человека устроен в виде системы оппозиционных шкал, где края шкалы связаны между собой чем-то вроде логического отрицания. Например, шкалы: «добро – зло», «красота – уродство», «друг – враг», «умный – глупый» и пр. С такими шкалами мы и живем. Всякое явление, всякий объект, всякий субъект, все их деяния, – словом, все отображается на подобные шкалы, где середина нейтральна, а далее могут быть градации, а могут и не быть. Вспомним пушкинскую эпиграмму на графа Воронцова: «Полуглупец, полуневежда...». Аналогично, полудруг, приятель, случайный приятный знакомый... Градации можно вводить, а можно и не вводить. Важно, что есть два конца и середина, которая как бы переключает нас с одного на другое. Эта середина очень важна: она делит всю шкалу на две половины – положительную и отрицательную. И вот было очень много работ, посвященных поиску этих шкал. Считалось, что их должно быть конечное число. При этом всегда есть базовое число таких шкал. Назывались даже цифры – семь, потом три. В ситуационном управлении мы тоже к этой идее приходили. Как искали эти шкалы? Искали слова – антагонисты. Просто брали словарь и начинали искать пары типа «низкий – высокий», «острый – тупой», «хороший – плохой». Этих пар в каждом языке набирается примерно четыреста. Примерно. В разных языках по-разному. Но колеблется где-то около 400.

Итак, у нас существует примерно 400-мерное пространство шкал, на котором мы все как бы запечатлели. Далее стали это число уменьшать, искать базисные шкалы. В конце концов, психологи, которые всем этим занимались, выделили 7 базисных шкал. Это так называемые шкалы Ч.Осгуда [13]. Потом их до трех свели, чтобы рисовать картинку. Эти три больших шкалы есть шкалы оценки, силы и активности.

В этом месте я должен сделать замечание, которое очень важно. Заметьте, что на самом деле все наши попытки устраивать шкалы, не имеющие «подложки» (типа шкалы «красоты»), в языке проявляются очень интересным способом. Мы начинаем использовать шкалы с «подложками» для объяснения ситуации на шкале без «подложки». Например, мы говорим про некоторого персонажа: «он холодный человек». Слово «холодный» здесь неслучайно. Холод мы умеем измерять, и на шкале «жар – холод» холодная часть соответствует отрицательному восприятию. Поэтому, «холодный человек» – это, во-первых, отрицательная оценка, а во-вторых, холод связан с меньшей подвижностью, т.е. он менее подвижен или, если он холоден в чувствах, значит чувства его слабо проявляются и т.д. Мы говорим: «это – горячая голова», значит, он подвижен, темпераментен, может быть, даже безрассуден. Ну и т.д. Примеров очень много. Не обязательно тепловых. Мы тут до начала дискуссии обсуждали, почему «Синяя Борода». Действительно интересно. Надо подумать. Или «синий чулок». Такая дохленькая, синенькая, сидит себе и учится.

Теперь более приятные примеры. Есть много понятий, которых нет в реальном мире. В частности, понятие «радость». Радость – это некоторое (психофизиологическое) состояние, не имеющее единиц измерения. Нечем его измерять. Что делается в языке? Как язык справляется с таким понятием? Что такое радость? Придумывают и приписывают к радости слова из других шкал. Например, «он захлебывается от радости», «он чувствовал, как радость бурлила в нем», «он купался в радости».

Получается, что радость уподобляется легкой жидкости, шипучему вину типа шампанского. Возьмем другие употребления этого слова и убедимся, что, в самом деле, это так: радость действительно представляется, как легкая, опьяняющая жидкость («он был опьянен радостью»).

В то же время, горе – это, наоборот, тяжелая жидкость типа ртути. «Горе сдавило ему горло», «он захлебывался горем» и т.д. А вот авторитет – это дело серьезное. Авторитет можно поднять, уронить, уменьшить, увеличить, потерять, использовать. Давить авторитетом. Это что-то вроде такого куба. Придавить им можно и поднять его можно. Потерять его можно, значит, он бывает не таким уж большим.

Оказывается, что все слова, даже не имеющие никакого физического воплощения, все время проецируются на всякие физические шкалы с носителями. Это тоже очень интересный момент. Так что это касается не просто перехода с одной шкалы на другую, а выступает как способ определения понятий. Некое понятие определяется у нас внутри через какие-то интервалы на шкалах. Я отсылаю всех желающих к работам Ч.Осгуда и его последователей [13-15] (поскольку имеется много всяких публикаций о формализации процедуры оценки в пространстве семантического дифференциала).

Однако многие понятия не укладываются в осгудовское пространство, например, «агрессия». Встает вопрос о другом способе построения психофизических шкал. Например, их можно построить путем склеивания листа Мебиуса. Что бы тогда произошло? Тогда бы произошла довольно интересная вещь, которая подтверждается рядом реальных наблюдений. Переходы на концах шкал оказались бы близко расположенными, если считать, что второе направление нам так же доступно, как и первое. Тогда где-то под очень большой красотой может оказаться довольно большое уродство. И поэтому они близки, и в крайнем безобразии есть некоторая красота. То же самое было бы по отношению к другу и врагу (как известно, больше всего предает самый верный друг; примеры Цезаря и Брута, Моцарта и Сальери являются каноническими). В самом деле, может быть такие «черно-белые» шкалы действительно выглядят как склеенные ленточки Мебиуса. А если это так, то значит, что тот веер шкал, о которых я упоминал, означал бы склеивание таких ленточек Мебиуса между собой. Дальше я просто не хотел бы фантазировать. Там возникают очень красивые топологические фигуры. Это скорее затравка для дальнейших размышлений и дискуссий.

Итак, мы выделили три типа преобразований на шкалах. Один тип – порождающий, когда на базе нескольких шкал порождается новая шкала. Второй тип – виртуальный, когда две шкалы связаны ментальным переходом, т.е. переходом без обращения к реальности. И третий тип – это веерный переход с одной шкалы на другую, когда возникают особые точки, как бы точки перескока с одной шкалы на другую. Последний переход характеризует вид рассуждений, которым очень часто пользуются на практике. Впрочем, и в специальных видах литературных произведениях есть такой прием – зацепление, когда мы говорим о чем-то одном, зацепляемся и продолжаем говорить на новую тему. Скажем, обсуждаем одного и того же человека. Сначала говорим о его внешности, потом случайно зацепляемся за то, что эта внешность связана с вполне определенным поведением. Говорим про его поведение. Потом дальше. И все время так сказать «ползаем» по шкалам. Каждый раз, фиксируем что-то новое, помня, что это один и тот же человек.

Пожалуй, последнее, что я хотел бы еще сказать, прежде чем мы перейдем к дискуссии, заключается в следующем. Есть еще одна важная проблема, связанная с тем, что у разных людей шкалы, обрисованные здесь, опираются на очень разное их понимание и использование. Например, недавно было проведено исследование по вариантам интерпретации шкалы «друг – враг». Оно показало, что в принципе у всех



людей понятие друг и враг присутствуют в их ментальном пространстве. Конечно, есть люди, для которых эта шкала чисто оппозиционно устроена, и таких людей довольно много. Такой человек делит всех окружающих на друзей и врагов, четко зная, кто друг и кто враг, и о каждом новом человеке пытается выяснить, кто он друг или враг, куда его отнести, туда или сюда. Это вполне определенный тип людей, который также выделяется по другим стандартным психологическим качествам. Люди, для которых мир делится на друзей и врагов.

**В.Н.Вагин.**

Черное-белое. Типичный взгляд на мир идеологов КПСС и ее политбюро.

**Д.А.Поспелов.**

Нет, в смысле шкалы это не черно-белое. Это не обязательно две полярные точки: либо смертельный враг, либо ближайший друг. Эта шкала не черно-белая, а скорее серая, но концы ее очень четко выражены. И одна часть шкалы с другой никак не пересекается. Концы имеются. Есть абсолютный друг, есть абсолютный враг, а все остальное – «дорожная пыль» (промежуточные градации как бы сливаются, концентрируются). Для такого типа людей, все качества по другим шкалам, которыми наделяются друзья, отрицаются у тех, кто называется врагом. Это очень тупая идея. Если все друзья красивы, то все враги безобразны. Вот так работает это доведенное здесь до гротеска положение. Враги, это как бы отрицание того, что притягательно у друзей.

**В.Н.Вагин**

Ранний социалистический реализм?

**Д.А.Поспелов.**

Да, ранний соцреализм, и вообще почти весь соцреализм, не только ранний. Уж враги так враги. Кино-то какое было. Если враг появляется на экране, то сразу ясно, что это враг. У него внешность так подобрана. Все нужные шкалы работают.

Действительно люди с ярко выраженными оппозиционными шкалами образуют довольно большую социальную группу. По оценкам психологов (правда, на выборке из числа студентов и школьников) таких людей примерно 40%. Достаточно много.

Люди второго типа – это люди, которые на самом деле не имеют врагов. Они не понимают, что такое враг (если дальше с ними специально не развивать эту тему). Люди второго типа эту негативную часть шкалы имеют в виде одного кусочка. Есть друзья, а вот здесь в противоположной части – одна точка. Все остальные, кто не друзья, просто какие-то другие люди... Чужие.

Мои (моя семья, моя релевантная группа, мой социум) – это все друзья: одни ближе, другие дальше. Здесь протяженность шкалы есть. И чужие. Все остальные, у меня с ними нет контактов. Они просто чужие. Этим чужим не приписываются, как в первом случае, отрицательные оценки по рассматриваемым шкалам. Я просто их не знаю и говорить не хочу. У меня о них нет информации – следовательно, они для меня неразличимы. И людей с такими психологическими особенностями также оказалось довольно много – около 20%.

Затем, еще один интересный психологический тип. Амбивалентные люди: у них друзья и враги перепутаны. Они не умеют отличать друзей от врагов. Они сомневаются. Как у В.С.Высоцкого «и не друг, и не враг, а так».

**В.Н.Вагин**

Неужели такие есть?

**Д.А.Поспелов**

Да, их тоже очень много. Примерно 20%, причем в основном – женщины. Каждый раз их отношение к другим ситуативно. Они готовы человека вначале отталкивать, считая его врагом, пока не убедятся, что его можно отнести к друзьям. У них нет четкости разделения. Если задать вопрос: «Может ли друг предать?», то люди первого типа ответят «Нет, ни за что, он же настоящий друг», люди второго типа скажут: «Друзья не предадут, они просто могут стать для меня чужими», а люди третьего типа говорят: «Конечно, может».

Это очень странная позиция. Позиция неумения разделить по сути друзей и врагов. Все вокруг сугубо ситуативно, в каждый момент он (или она) может что-то говорить об окружающих, но говорить вообще или говорить о будущем в связи с этими людьми не решается. Эту позицию можно охарактеризовать следующим диалогом.

– «Могу ли я положиться на этого человека и верить, что через год он будет мне помогать?»

– «Нет, не можете».

– «Но он же наш друг».

– «А кто его знает, что будет через год».

Таким образом, у представителя данной группы людей четкие признаки дружбы (да и вся шкала) как бы отсутствуют. В каком-то первоначальном виде она имеется: есть понятие «друг», есть понятие «враг». Но они все время перепутаны. Может быть, у них все склеено в кольцо?

И, наконец, остается еще 20% людей. Это люди, которые вообще не знают, что такое друзья и враги.

**В.Н.Вагин**

Как это?

**Д.А.Поспелов**

На словах знают. Был такой эксперимент, где надо было друзей и врагов наделить определенными качествами. Обычно у друзей указывают такие качества, как «смелый», «отважный», «всегда заступится». А о враге говорят: «не наш человек», «коварный», «трусливый», «предатель», «шпион» и пр. Так вот эти люди четвертого типа не могут придумать характеристики. Им предлагают: «Напишите какие-нибудь характеристики для друзей и врагов», а они в ответ: «Не знаю. Друг – он и есть друг». Для них это кажется нормальным.

**В.Н.Вагин**

Почему же нормально?

**Д.А.Поспелов**

Есть много таких понятий, для которых невозможно дать определение. Вот, если задуматься, я спокойно употребляю понятие «галантерея». Но если меня заставить написать определение, что такое галантерейный магазин, я, пожалуй, это сделать не смогу. Я начну перечислять предметы, которые там продаются, но это вовсе не определение.

**В.Н.Вагин**

Правильно.

### **Д.А.Поспелов**

Непонятно, что это такое. Здесь работает идея конкретной оценки типа «Иванов прав, а Петров – нет». Так младшие школьники могут перечислить сказочных врагов (Змей-Горыныч, Баба-Яга, Кащей Бессмертный) и друзей (Иванушка-Дурачок, Сивка-Бурка, Буратино), но сформированного понятия у них нет. За ним ничего не стоит, кроме списка.

Так что, даже этот эксперимент, проведенный с одной шкалой, ясно показывает: рассчитывать на то, что у нас в голове действительно есть четко заданные шкалы типа шкал Ч.Осгуда, не приходится. Важной особенностью многих психологических шкал является их нелинейность и немонотонность.

Пока, это не более, чем гипотеза, которую еще надо обсуждать и проверять. Тем не менее, проведенный анализ позволил выделить достаточно общие типы преобразований и операций на шкалах и рассмотреть соответствующие пути рассуждений и аргументации применительно к построению интеллектуальных систем. У кого есть соображения на этот счет?

### **И.З.Батыршин**

Мне хотелось бы поговорить об использовании шкал для представления знаний. Помимо теории семантического дифференциала, существует много различных теорий, связанных с проблемой измерения и оценки. Так физики пытались вводить различные системы измерения, установить четкую связь между различными единицами или даже их унифицировать. Хотя люди всегда проводили измерения по-разному, с привлечением различных житейских эталонов (например, различные меры емкости – ведро, бочка, цистерна). У физиков было стремление все это объективировать, унифицировать и, таким образом, свести все многообразие шкал, которое человек использует в своей жизни, к маленькому конечному множеству. Хотя на самом деле, важнейшей чертой человека, является его способность пополнять и модифицировать свои оценки и рассуждения, придумывая все новые и новые шкалы.

По-видимому, традиционный «физический подход» – это не тот путь, по которому следует идти, если говорить об использовании шкал в представлении знаний.

Как мы знаем, в математической теории измерений сам процесс измерения обычно сводился к представлению шкал в виде чисел и отношений между числами. Хорошо изучены несколько различных типов таких шкал, а именно: шкала порядка, шкала отношений, интервальная шкала, абсолютная шкала [16]. Вообще говоря, в математической теории измерений не интересуются тем, что измерять, зачем измерять и кто измеряет. Она охватывает только синтаксические аспекты шкалирования.

Если рассуждать с точки зрения использования шкал в задачах представления знаний, то здесь надо учитывать еще и такие моменты как: что мы измеряем (измеряемые свойства), у кого, кто измеряет, чем измеряет, в какой шкале, при каких условиях, для чего и что будем с этим делать. Таким образом, в ИИ наряду с синтаксическими необходимо рассматривать семантические, аксиологические, праксиологические и прочие аспекты шкалирования.

В то же время в истории науки всегда были попытки разделить измерение и классификацию. Были даже такие высказывания, что измерения начинаются с классификации. Другая точка зрения состояла в том, что вначале надо построить шкалу, в которой можно работать. Мне кажется, что эти два процесса – измерение и классификация – суть двуединое целое. И часто человек при использовании тех или иных шкал одновременно измеряет и классифицирует.

В принципе, если смотреть на все это с позиций инженерии знаний и пытаться развивать соответствующий подход к шкалированию, то, по-видимому, надо учитывать следующие основные аспекты шкал. Во-первых, иерархичность шкал. Когда мы используем определенные шкалы (например, шкала «возраста»), то на них можно выделить производные шкалы, оперирующие более грубыми понятиями. В случае возрастного шкалирования можно воспользоваться примером знаменитого французского мыслителя Ш.Фурье, когда он попытался описать структуру Общества будущего и придумал в качестве социальной единицы фалангу, состоящую из различных производственных серий. В основе лежит обычная числовая шкала возраста. На этой числовой шкале выделяется определенное количество квантов. Этим квантам присваиваются некоторые значения (характеристики) возраста человека. У Фурье вначале идут «сосунки», «карапузы», «шалуны», потом «малыши», «херувимы», «серафимы», затем «лицеисты», «гимназисты», «юнцы», «юноши», далее «богатыри», «утонченцы», «почтенцы», «досточтимцы» и наконец «патриархи». Это – пример слегка марзаматического отношения к шкалированию, который, тем не менее, прекрасно отражает суть иерархичности шкал. С другой стороны, в плане измерения длины можно вспомнить и шуточную шкалу атрибутов мужского достоинства («щекотун», «запридух», «подсердечник», «убивец»), предложенную писателем Ю.А.Поляковым.

Общая идея здесь такова. Вначале производится деление шкалы на какие-то кванты. Затем эти кванты объединяются в более крупные классы, которые в свою очередь объединяются в еще более крупные классы и т.д. Таким образом, получается иерархическая система, которая широко применяется в задачах классификации и представления знаний (вспомним, например, метод анализа иерархий Т.Саати [17]). На наш взгляд, следует говорить об иерархических шкалах, построенных на упорядоченных множествах. Класс таких иерархических шкал, заданных на упорядоченных множествах, пока еще недостаточно хорошо исследован.

### **Д.А.Поспелов**

Небольшой комментарий по ходу дела. На самом деле, родо-видовое дерево, жесткая классификация есть порождение чистой науки. В бытовом сознании такого практически не бывает. Скорее имеется способ, с помощью которого мы сворачиваем всю необозримую информацию, когда что-либо изучаем (например, классификация К.Линнея при изучении растений, а при изучении минералов – совсем другая классификация). В бытовых рассуждениях, рассуждениях здравого смысла такие шкалы практически никогда не встречаются. Механизм классификации в бытовом сознании другой. Это – очень важный момент.

### **И.З.Батырши**

Мне кажется, что все-таки подобные шкалы существуют и используются, а вводимые уровни иерархии как раз отражают степень детализации, уровень неопределенности измеряемых величин, оценок, суждений и т.д. На каждом уровне детализации проводятся свои специфические рассуждения. Собственно для этого и вводится иерархия. Можно оперировать более крупными понятиями и более мелкими, более детальными описаниями и более грубыми, и т.д.

Во-вторых, хотелось бы отметить, что важным аспектом различных шкал является нечеткость их градаций, которая отражает приближенность, изменчивость, качественный характер моделируемых отношений. Это справедливо для шкал, определенных на линейно упорядоченном множестве (хотя конечно можно рассматривать и неупорядоченное множество). Возьмем случай лингвистических

переменных [18]. Аппарат теории Л.Заде достаточно хорошо развит. Но имеется ряд нюансов, вызывающих справедливую критику. Так Л.Заде вводит понятие термов, которые по сути являются нечеткими переменными, и на их множестве вводит некоторую грамматику, чтобы построить новые составные термы, причем генерируются и такие лингвистические значения, которые вообще не имеют смысла, например, «очень очень очень очень маленький». Интерпретируя их, он вводит некоторые жесткие формальные механизмы, например, возведение в квадрат (а почему не в куб или какую-либо другую степень?). Так что многие аспекты нечеткости используемых человеком шкал еще ждут своего описания.

Иерархичность и нечеткость человеческих оценок при их моделировании мне хотелось бы проиллюстрировать на типичном примере. Когда мы говорим о нечетких множествах «молодой» и «старый», то имеется, по крайней мере, два способа шкалирования. Первый вариант предложил Л.Заде [18]. У него «очень молодой» означает уточнение, сжатие функции принадлежности понятия «молодой» при сохранении ее носителя. Другой вариант предполагает деление интервала на части и сдвиг функции принадлежности нечеткого множества «очень молодой» относительно функции принадлежности понятия «молодой» (модификация носителя нечеткого множеств). На самом деле, эти два подхода можно интерпретировать как относящиеся к разным уровням шкальной иерархии. Если считать, что шкалы изначального иерархичны, тогда все понятно. На это обращалось внимание во многих работах (см. [19-20])

#### **Д.А.Поспелов**

В результате нашей дискуссии мы пришли к общему выводу, что понимание текстов на естественном языке системой искусственного интеллекта требует обобщения существующих и построения новых дескриптивных моделей шкалирования, отражающих реальное поведение человека. Иерархичность, нечеткость, нелинейность, склеенность концов (казалось бы, полярных) шкал, – вот далеко не полный перечень особенностей, с которыми мы сталкиваемся при анализе человеческих оценок и рассуждений в повседневной жизни. Исследование семантических и прагматических аспектов шкалирования, построение различных типов нечетких преобразований и операций на обобщенных шкалах станет, на наш взгляд, новой вехой в инженерии нечетких знаний для будущих интегрированных интеллектуальных систем.

#### **Литература**

1. Вертгеймер М. Продуктивное мышление: Пер. с нем. – М.: Прогресс, 1987.
2. Ярошевский М.Г. История психологии. – М.: Мысль, 1985.
3. Ежкова И.В., Поспелов Д.А. Принятие решений при нечетких основаниях. Ч.1. Универсальная шкала// Известия АН СССР: Техническая кибернетика. – 1977. – №6. – С.3-11.
4. Зинченко В.П., Вергилес Н.Ю. Формирование зрительного образа.– М.: МГУ, 1969.
5. Величковский Б.М. Современная когнитивная психология. – М.: МГУ, 1982.
6. Шехтер М.С. Зрительное опознание. Закономерности и механизмы.–М.: Педагогика, 1981.
7. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетики: Пер. с англ. – М.: Мир, 1963.
8. Вероятностное прогнозирование в деятельности человека/ Под ред. И.М. Фейгенберга, Г.Е. Журавлева. – М.: Наука, 1977.

9. Батыршин И.З. Нечеткие множества с унифицированными шкалами// Методы и системы принятия решений. – Рига: РПИ, 1986. – С.4-10.
10. Рубинштейн С.Л. Проблемы общей психологии (2-е изд.). – М.: Педагогика, 1976.
11. Поспелов Д.А. Моделирование рассуждений. Опыт анализа мыслительных актов. – М.: Радио и связь, 1989.
12. Леонтьев А.Н. Психология образа // Вестник МГУ. Серия Психология. –1979.– №2.
13. Osgood Ch., Susi C.J., Tannenbaum P.H. The Measurement of Meaning.–Urbana, 1957.
14. Петренко В.Ф. Психосемантика сознания. – М.: МГУ, 1988.
15. Шмелев А.Г. Введение в экспериментальную психосемантику: теоретико-методологические основания и психодиагностические возможности. – М.: МГУ, 1983.
16. Суппес П., Зинес Дж. Основы теории измерений// Психологические измерения: Пер.с англ. – М.: Мир, 1967. – С.9-110.
17. Саати Т., Кернс К. Аналитическое планирование. Организация систем: Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1991.
18. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений: Пер. с англ. – М.: Мир, 1976.
19. Месарович М., Мако Д., Такахара Я. Теория иерархических многоуровневых систем: Пер. с англ. – М.: Мир, 1973.
20. Налимов В.В. Вероятностная модель языка. – М.: Наука, 1979.

В.Б.Тарасов

## ПОСЛЕСЛОВИЕ К КРУГЛЫМ СТОЛАМ

Идеи, обсуждавшиеся в изложенных выше дискуссиях, стимулировали ряд важных исследований в области теории и приложений нечетких множеств в различных сферах и, прежде всего, в ИИ. За годы, прошедшие с тех пор, их участниками были выработаны новые концепции и получено немало интересных результатов

Так Д.А.Поспелов опубликовал ряд работ [1-3], в которых были заложены основы прикладной психосемантики (как раздела прикладной семиотики [4, 5]). Как известно, наличие пар антонимов (высокий – низкий, острый – тупой, добрый – злой и т.п.) в естественных языках всех типов навело Ч.Осгуда на мысль о том, что они являются образующими нашей модели мира. Так сформировалось представление о многомерном психосемантическом пространстве, в которое проецируются знания. Согласно идее семантического дифференциала (различителя), понятия в этом пространстве расположены не хаотично, а формируют кластеры по принципу семантической близости. Экспериментальные данные показывают, что кластеры образуют разбиение психосемантического пространства, а его многослойное покрытие.

Это наблюдение привело Д.А.Поспелова к убеждению о необходимости создания математической теории градуального «сходства – различия», т.е. теории толерантности, опирающейся на нечеткие отношения с переменным уровнем рефлексивности и симметричности. В основе этой теории лежит отказ от классических принципов жесткой различимости и принадлежности, лежащих в основе классической теории множеств и формальных систем. Согласно принципу различимости, все элементы множества должны быть четко различимы (аксиома Цермело). Это означает, что для любых двух элементов  $m_1$  и  $m_2$  множества  $M$  существует конструктивная процедура построения двузначной функции

$$\chi(m_1 \in M, m_2 \in M) = \begin{cases} 0, & \text{если } m_1 \text{ и } m_2 \text{ различимы} \\ 1, & \text{если } m_1 \text{ и } m_2 \text{ одинаковы} \end{cases}$$

Аналогично формулируется принцип принадлежности: существует характеристическая функция с двумя значениями

$$\Psi(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \notin M \\ 1, & \text{если } x \in M. \end{cases}$$

В случае семиотических систем [5] эти два принципа не выполняются. Поэтому функции  $\chi$  и  $\Psi$  следует расширить

$$\lambda(m_1 \in M, m_2 \in M) = \begin{cases} 0, & \text{если } m_1 \text{ и } m_2 \text{ различимы} \\ 0 < v_1 < 1, & \text{если } m_1 \text{ и } m_2 \text{ похожи (} v_1 \text{ – коэффициент уверенности)} \\ 1, & \text{если } m_1 \text{ и } m_2 \text{ одинаковы} \end{cases}$$

Аналогично

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \notin M \\ 0 < v_2 < 1 & \text{(элемент } x \text{ принадлежит множеству } M \text{ со степенью } v_2) \\ 1, & \text{если } x \in M. \end{cases}$$

По мнению Д.А.Поспелова, развитие подобной теории сходства должно идти как от задач ИИ, так и от задач распознавания образов.

Как следствие отказа от принципа различимости, им было сформулировано представление об обобщенной шкале. В отличие от обычных шкал, где каждой точке соотносится один-единственный объект, на обобщенных шкалах любой точке может с разными степенями соответствовать множество объектов. Соответственно, в [3] Д.А.Поспеловым была высказана гипотеза о том, что «базовые категории в структуре модели мира проецируются на систему обобщенных шкал, задающих отношения нестроного или частичного порядка, следования, толерантности и доминирования.

В работе [1] Д.А.Поспеловым среди всех оппозиционных (полярных) шкал были выделены «серые» и «черно-белые» шкалы», а также исследованы их основные характеристики. При оценивании на «серых» шкалах переход от свойства  $A^+$  (например, «большой») некоторого объекта (к примеру, «дом») к противоположному свойству  $A^-$  («малый») происходит плавно, постепенно. Подобные шкалы удовлетворяют условиям: а) взаимной компенсации между свойствами  $A^+$  и  $A^-$  (чем в большей степени проявляется  $A^+$ , тем в меньшей степени проявляется  $A^-$ , и наоборот); б) наличия нейтральной точки  $A^0$ , интерпретируемой как точка наибольшего противоречия, в которой оба свойства присутствуют в равной степени  $A^+ = A^-$  (т.е. в данном примере имеется в виду дом, при оценке размеров которого в равной степени можно считать его как большим, так и малым). Обычно для «серых» шкал полагается, что свойства  $A^+$  и  $A^-$  связаны между собой логическим отрицанием, т.е.  $A^- = \bar{A}^+$ .

Для метрических полярных шкал, когда можно определить расстояния между любыми двумя точками шкалы, первое условие выражает идею дополненности (сумма расстояний от любой точки шкалы до ее концов равна общей длине шкалы). Второе условие свидетельствует о наличии срединной точки, где расстояния до левого и правого концов шкалы равны между собой.

Напротив, в случае «черно-белых» шкал компенсации противоположных свойств не происходит: при уменьшении степени проявления  $A^+$  степень проявления  $A^-$  не возрастает. Здесь принцип дополненности не работает: по мере удаления от краев шкалы оценки обоих свойств как  $A^+$ , так и  $A^-$  становятся все более неопределенными. Более того, срединная точка подобной шкалы есть точка разрыва, в которой нет ни того, ни другого свойства  $\bar{A}^+(A^+ \vee A^-)$ , т.е. наблюдается максимальная неопределенность.

С позиций синергетики окрестность этой точки можно интерпретировать как область хаоса, в которой возможно спонтанное возникновение нового смысла в результате «перескока» с одной шкалы на другие.

В результате, было обосновано утверждение, что шкалы – образующие модели мира подчас не являются классическими оппозиционными шкалами. Соответственно, в работе [1] введены круговые (или кольцевые) шкалы (рис.1) и предложены двухосновные оценки объектов на таких шкалах.

Исходную круговую шкалу Д.А.Поспелова легко соотнести с четырехзначной логикой аргументации В.К.Финна. Пусть  $n$  – число экспертов, оценивающих пару свойств  $A^+$  и  $A^-$  некоторого объекта по двузначной логике (да – нет) на оппозиционной шкале:  $n = n^+ + n^-$ . Здесь  $n^+$  – число экспертов, проголосовавших за положительное свойство  $A^+$ , а  $n^-$  – число экспертов, проголосовавших за отрицательное свойство  $A^-$ . Тогда базовые ситуации коллективной оценки можно представить следующими значениями истинности  $v$ :

$v = +1$  тогда и только тогда, когда  $n^+ \neq \emptyset$  и  $n^- = \emptyset$

$v = -1$  тогда и только тогда, когда  $n^- \neq \emptyset$  и  $n^+ = \emptyset$

$v = 0$  тогда и только тогда, когда  $n^+ = n^- \neq \emptyset$

$v = ?$  тогда и только тогда, когда  $n^+ = n^- = \emptyset$

По мнению Д.А.Поспелова, семантика операций над нечеткими множествами сильно зависит от контекста. Для подтверждения этого им было исследовано, как изменяется толкование операции отрицания на оппозиционной шкале. При переходе от жестких статических отношений конфронтации Мы – Они к гибким динамическим отношениям различия Мы – Они, особенно, при построении тернарной шкалы Мы-Вы-Они, исходное жесткое отрицание превращается в мягкую операцию порогового отрицания, определяющую зону гармонии между Мы и Они.

Шкалы в картине мира не являются изолированными друг от друга. Между ними существуют определенные связи и могут выполняться специальные операции. В [3] даны примеры: прямой (сохраняющей порядок) и обратной проекции (изменяющей порядок на противоположный), конъюнктивной и дизъюнктивной проекции. Затем в [6] Д.А.Поспелов выделил основные системы операций для логики перцептивных образов: уравнивание, концентрация, орнаментализация и др.

В [4] предложено понятие знака-фрейма, которое дает возможность единообразно представлять знания различной природы. Наконец, в обобщающей работе по прикладной семиотике [5] Д.А.Поспелов рассмотрел вопросы возникновения активности в сети знаков-фреймов, указал на неоднозначность и нечеткость привязки синтаксиса, семантики и прагматики к тому объекту, для которого употребляется знак, и ввел понятие метазнака. По предложению президента РАИИ Г.С.Осипова – соавтора работы [5] – введение метауровня в знаковых представлениях стали называть «квадратом Поспелова».

Различные схемы гибридизации нечетких технологий с другими информационными технологиями рассмотрены в работах [7, 8]. Так в [7] отмечен факт зависимости схемы гибридизации от вида решаемой задачи (и в частности, привязки мягких вычислений к задачам управления). Предложен альтернативный вариант интеграции технологий разработки интеллектуальных систем (на примере задач совмещенного проектирования). По мнению авторов, минимальный базис алгебр логик совмещенного проектирования включает алгебру логики интеграции, алгебру модальной логики, алгебру немонотонной логики, алгебру логики неопределенности. В [8] гибридные интеллектуальные системы разделяются на следующие классы: 1) гибридные системы с функциональным замещением; 2) гибридные системы со взаимодействием; 3) полиморфные гибридные системы. В гибридных системах с замещением берется



главная модель, один из элементов которой замещается другой моделью, например, а) перерасчет весов в процедуре обратного распространения с помощью генетического алгоритма; б) подбор функций принадлежности в нечетком регуляторе с помощью генетического алгоритма. В гибридных системах со взаимодействием используются независимые модули, которые обмениваются информацией и выполняют различные функции с целью получения общего решения. К примеру, если решаемая задача включает распознавание образов, вывод и оптимизацию, то эти функции берут на себя нейронные сети, экспертные системы и генетические алгоритмы. В полиморфных гибридных системах одна модель применяется для имитации функционирования другой модели. Так рассуждения с помощью цепочки правил можно моделировать в нейронной сети.

Кроме того, в [8] предложена концепция мягких измерений, опирающаяся на гибкие настраиваемые нечеткие логики, где в качестве обобщенных операторов конъюнкции и дизъюнкции берутся треугольные нормы и конормы – произвольные двухместные действительные функции, удовлетворяющие условиям ограниченности, коммутативности, монотонности и ассоциативности. Рассмотрены различные схемы объединения нечетких, возможностных и вероятностных измерений, построения нейроизмерений и эволюционных измерений, а также их гибридизации.

В [5] подробно рассмотрено введенное ранее Д.А.Поспеловым понятие семиотической системы  $SS = (T, R, A, P, \alpha(T), \beta(R), \gamma(A), \delta(P))$ , где  $T$  – множество базовых элементов,  $R$  – множество синтаксических правил,  $A$  – множество аксиом,  $P$  – множество семантических правил,  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  – правила изменения  $T, R, A$  и  $P$  соответственно. В отличие от формальных систем для семиотических систем характерны сосуществование различных логик (алгебр), динамические модели знаний, параллельная аргументация, и т.д. Эти аспекты семиотических систем хорошо раскрываются с помощью введенного А.Н.Аверкиным понятия нечеткой семиотической системы, описанного в [9-11]. Нечеткую семиотическую систему можно задать в виде  $\mu SS = (\mu FS, \mu M)$ , где  $\mu FS = (T, R, A, P, \Omega)$ , – нечеткая формальная система,  $\Omega$  – множество операций над нечеткими множествами нечеткой формальной системы,  $\mu M = (\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varphi)$  – множество правил изменения  $T, R, A, P$  и  $\Omega$ . Частным примером интерпретации нечеткой семиотической системы служит одноуровневая нечеткая экспертная система – нечеткий регулятор. Базовые элементы – это элементы нечетких лингвистических шкал (терм-множества лингвистических переменных). Продукционные правила нечеткого регулятора играют роль синтаксических правил. Семантическое правило одно – обобщенное правило модус поненс.

В последние годы А.Н.Аверкиным интенсивно разрабатываются проблемы настройки нечетких регуляторов на логику конкретного пользователя. К настоящему времени реализована нечеткая семиотическая система управления роботом в лабиринте, в которой возможна ситуативная замена шкал и правил. Исследовано влияние смены логик на поведение робота [9].

Еще в 1980 г. И.З.Батыршин опубликовал работу «Об алгебре размытых множеств и алгебрах Де Моргана» [12], в которой доказал, что алгебра нечетких множеств Л.Заде представляет собой специальный подкласс алгебр Де Моргана, а именно, нормальные алгебры Де Моргана (алгебры Клини). В дальнейшем, им был развит оригинальный алгебраический подход к определению мер нечеткости (двусмысленности, энтропии) нечетких множеств, предложено расширение понятия меры нечеткости на алгебры Клини, исследованы свойства этих мер и их связи с метриками. Дана характеристика алгебр Клини и булевых алгебр в терминах мер нечеткости и интервальных подалгебр. Показано, что меру энтропии нечеткого множества можно соотнести со степенью небулевости алгебры [13].

Еще одно важное направление работ И.З.Батыршина связано с исследованием нечетких множеств и отношений с порядковыми функциями принадлежности [13]. Им были предложены определения треугольных норм и конорм на порядковых шкалах принадлежности, предложены варианты строго монотонных норм и конорм. Развит новый подход к представлению нечеткой информации, основанный на понятии лексикографической оценки правдоподобности [14]. Введены классы  $\wedge$ -оценок,  $\vee$ -оценок,  $(\wedge, \vee)$ -оценок правдоподобности, представляющих собой упорядоченные списки значений правдоподобности. Разработаны обобщения операций конъюнкции и дизъюнкции во введенных классах лексикографических оценок и исследованы их свойства.

Вопросам построения обобщенных операций над нечеткими множествами и их использования в мягких вычислениях посвящена работа [15]. В контексте развития идей Д.А.Поспелова о многообразии неинволютивных операций отрицания И.З.Батыршин серьезно работает с неинволютивными отрицаниями на порядковых шкалах принадлежности. Он ввел понятия сжимающих и разжимающих отрицаний [16], отрицаний, порождаемых компенсаторными операциями [17], ранга отрицания. Им также предложены различные обобщения модификаторов Л.Заде. В последнее время И.З.Батыршин активно разрабатывает вопросы применения обобщенных параметризованных операций в нечетком моделировании и управлении [18].

Основания теории нечетких множеств и различные варианты определения нечеткой информации и неточных знаний давно находятся в сфере научных интересов В.Б.Тарасова. Так еще в 1981 г. им были исследованы так называемые P-нечеткие множества, значениями функции принадлежности которых являются подинтервалы интервала  $[0, 1]$  [19], а в 1987 г. введены параметризованные нечеткие отношения с основными операциями над ними и соответствующими свойствами [20]. Недавно в развитие предложенных Д.А.Поспеловым двухосновных оценок (степеней проявления положительного и отрицательного свойства) на полярных шкалах В.Б.Тарасов ввел понятие обобщенных нечетких множеств с основными операциями над ними и исследовал их свойства [21]. Обобщенное нечеткое множество представляет собой совокупность упорядоченных троек  $A = \{x, \mu_A(x), \nu_A(x)\}$ , причем  $\mu_A: X \rightarrow [0, 1]$ ,  $\nu_A: X \rightarrow [0, 1]$ , а  $\mu_A(x) + \nu_A(x) \leq 1$ . Соответственно обобщенную нечеткую оценку на полярной шкале можно представить в виде  $\mu = (\mu_{A^+}, \mu_{A^-})$ , где  $\mu_{A^+}$  и  $\mu_{A^-}$  нечеткие множества, характеризующие лингвистические оценки одновременного проявления положительного свойства  $A^+$  и отрицательного свойства  $A^-$ .

В [21,22] В.Б.Тарасовым было введено понятие мягких оценок на шкалах, охватывающих несколько (два и более) НЕ-факторов (в смысле А.С.Нариньяни). Примером мягкой оценки служит многозначная лингвистическая оценка. Там же было высказано предположение, что алгебры Клини могут служить базовой моделью при рассмотрении всевозможных мягких оценок. Аксиоматически определены классы операторов утверждения и отрицания на полярных шкалах, даны соответствующие примеры. На основе решеток, определяемых нестандартным отношением линейного порядка  $\leq_n$ , которое порождается с помощью класса операторов отрицания:  $x \leq_n y \Leftrightarrow x \vee n(x) \geq y \vee n(y)$ , построен вариант алгебры противоречивых оценок. Также введены меры противоречивости и неточности оценок на полярных шкалах. Эти результаты получены путем распространения алгебраического подхода И.З.Батыршина на исследование НЕ-факторов различных классов.

В работе [23] В.Б.Тарасов сформулировал концепцию эволюционной семиотики, в основе которой лежит социально-исторический взгляд на семиотическую эволюцию, а также анализ зависимостей вида семиотики (характеристик семиосферы) от организации семиозиса и вида производства знаковых систем. Семиотическая

эволюция проиллюстрирована на примерах изменений типов отношений в треугольнике Фреге. Предложен вариант построения гибридной эволюционно-семиотической системы, в которой правила изменения компонентов семиотической системы, составляющие множество  $M$ , оптимизируются с использованием генетических алгоритмов. Наконец в [24] введено представление о нечеткой эволюционной многоагентной системе, а в [25] в контексте изучения логических подходов к моделированию искусственных агентов дано определение расширенной логической матрицы и на его основе проведен сравнительный анализ различных неклассических логик.

Конечно, этот перечень идей, работ и результатов, многие из которых зародились в ходе вышеприведенных дискуссий и ряда других им подобных обсуждений, далеко не полон. Тем не менее, этот перечень, снабженный краткими комментариями, позволяет составить вполне отчетливое впечатление о развитии и переосмыслении подходов Л.А.Заде в сфере нечеткой математики и мягких вычислений российской школой Д.А.Поспелова.

### Литература к послесловию

1. Поспелов Д.А. «Серые» и/или «черно-белые»// Прикладная эргономика. Специальный выпуск «Рефлексивные процессы». – 1994. – №1. – С.29-33.
2. Поспелов Д.А. Особенности гуманитарных рассуждений// Научно-техническая информация. Серия 2. – 1995. – № 5. – С. 2-7.
3. Поспелов Д.А. Знания и шкалы в модели мира// Модели мира. – М.: РАИИ, 1997. – С.69-84.
4. Поспелов Д.А. Прикладная семиотика и искусственный интеллект// Программные продукты и системы. – 1996. – №3. – С.10-13.
5. Поспелов Д.А., Осипов Г.С. Прикладная семиотика// Новости искусственного интеллекта. – 1999. – №1. – С.9-35.
6. Поспелов Д.А. Метафора, образ и символ в познании мира// Новости искусственного интеллекта.–1998.–№1.– С.94-114.
7. Pospelov D.A., Averkin A.N., Tarassov V.B. Soft Computing, Concurrent Engineering, What Else?// Proc. of the 6th Int. Fuzzy Systems Association World Congress (Sao-Paulo, Brazil, July 21-28, 1995). Vol.II. – Sao-Paulo: INPE, 1995. - P.361-363.
8. Аверкин А.Н., Прокопчина С.В. Мягкие вычисления и измерения// Интеллектуальные системы (МГУ). – 1997. –Т.2, вып.1-4. – С.93-114.
9. Аверкин А.Н., Белов С.В. Нечеткие семиотические системы управления// Интегрированные модели и мягкие вычисления в искусственном интеллекте. Сборник трудов Международного научно-практического семинара (Коломна, 17-18 мая 2001 г.). – М.: Наука. Физматлит, 2001. – С.49-55..
10. Аверкин А.Н., Головина Е.Ю. Нечеткая семиотическая система управления// Интеллектуальное управление: новые интеллектуальные технологии в задачах управления.– М.: Наука, Физматлит, 1999.–С.141-145.
11. Аверкин А.Н., Костерев В.В. Триангулярные нормы в системах искусственного интеллекта// Известия РАН: Теория и системы управления.– 2000.– №5.– С.107-119.
12. Батыршин И.З., Вагин В.Н. Об алгебре размытых множеств и алгебрах Де Моргана// Управление при наличии расплывчатых категорий. Тезисы докладов 3-го научно-технического семинара. – Пермь: НИИУМС, 1980. – С.27-29.
13. Батыршин И.З. Методы представления и обработки нечеткой информации в интеллектуальных системах// Новости искусственного интеллекта.–1996.– №2.– С.9-65.

14. Батыршин И.З. Лексикографические оценки правдоподобности с универсальными границами. Ч.1// Известия Академии наук: Техническая кибернетика. – 1994. – №5. – С. 28-45.
15. Батыршин И.З. Обобщенные операции в моделях мягких вычислений// Интегрированные модели и мягкие вычисления в искусственном интеллекте. Сборник трудов Международного научно-практического семинара (Коломна, 17-18 мая 2001 г.). – М.: Наука. Физматлит, 2001. – С.18-23.
16. Batyrshin I.Z., Wagenknecht M. Contracting and Expanding Negations on  $[0,1]$ // The Journal of Fuzzy Mathematics. – 1998. – Vol.6, №1. – P.133-140.
17. Wagenknecht M., Batyrshin I.Z. On Negations Generated by Compensations// Proceedings of International Workshop on Soft Computing (SC'96, Kazan, Tatarstan, Russia, October 3-6 1996). – Kazan: KSTU, 1996. – P.59-66.
18. Batyrshin I.Z., Kaynak O. Parametric Classes of Generalized Conjunction and Disjunction Operations for Fuzzy Modeling// IEEE Transaction on Fuzzy Systems. – 1999. – Vol.7, №5. – P.586-596.
19. Тарасов В.Б. Р-нечеткие множества в экспертных оценках//Управление при наличии расплывчатых категорий. Тезисы докладов 4-го всесоюзного научно-технического семинара. – Фрунзе: Илим, 1980. – С.31-34.
20. Тарасов В.Б. Моделирование предпочтений в задачах принятия решений параметризованными нечеткими отношениями// Нечеткие системы: моделирование структуры и оптимизация. – Калинин: КГУ, 1987. – С.17-30.
21. Тарасов В.Б. Анализ и моделирование НЕ-факторов на полярных шкалах// Интегрированные модели и мягкие вычисления в искусственном интеллекте. Сборник трудов Международного научно-практического семинара (Коломна, 17-18 мая 2001 г.). – М.: Наука. Физматлит, 2001. – С.65-71.
22. Tarassov V. Designing Multi-Agent Systems Organizations with Fuzzy Techniques: Top-Down VS Bottom-Up Approaches// Proceedings of the First International Conference on Soft Computing and Computing with Words in System Analysis, Decision and Control (ICSCCW'2001, Antalya, Turkey, June 6-8, 2001)/ Ed. by M. Jamshidi et al. – Kaufering: b-Quagrat Verlag, 2001. – P.49-59.
23. Тарасов В.Б. Эволюционная семиотика – новое синергетическое направление в искусственном интеллекте// Искусственный интеллект (Киев, Украина). – 1997. – №1-2. – С.9-20.
24. Тарасов В.Б. Искусственная жизнь и нечеткие эволюционные многоагентные системы – основные теоретические подходы к построению интеллектуальных организаций// Известия РАН: Теория и системы управления.– 1998.– №5. – С.12-23.
25. Тарасов В.Б. Нетрадиционные и гибридные логики в моделировании интеллектуальных агентов. I. Искусственные деятели, интенциональные характеристики и пути их моделирования// Известия РАН: Теория и системы управления. – 2000. – №5. – С.5-17.